Число 24 в физической теории

Мир чисел удивителен и заманчив. Математическая теория чисел, изучающая формальные свойства главным образом целых чисел, вправе считаться одной из наиболее важных и интригующих областей научного исследования. Но особую значимость числа приобретают именно тогда, когда их соотносят с явлениями окружающего мира, либо с воображаемыми реалиями. На каждом шагу приходится иметь дело с числами, числовыми соотношениями и конструкциями, отражающими различные стороны нашей деятельности: от якобы предопределяющей судьбу человека даты рождения и даты смерти до физических параметров Вселенной, от числовой мистики и суеверий до точных формул естественных наук, от сомнительных нумерологических совпадений до удивительных пропорций в природе и искусстве. Одни числа встречаются при этом довольно часто, другие – реже, третьи – изредка, четвертые не встречаются практически никогда. Числа, встречающиеся чаще других, это выделенные величины, константы бесконечного числового континуума, играющиеся большую роль в науке и технике, в оккультизме, искусстве и повседневной жизни. Все наиболее значительные выделенные числа можно разбить на три группы, с несколькими подгруппами в каждой.

I. Математически выделенные числа:

- *a*) фундаментальные математические константы
- *b*) математические константы
- *c*) члены важнейших числовых последовательностей

II. Выделенные числа природы:

- *a*) фундаментальные физические постоянные
- *b*) физические постоянные
- *c*) числа выделенные в тех или иных разделах естествознания

III. Сакральные числа:

- *a*) математической магии
- *b*) мистики чисел

В интересах дальнейшего изложения дадим предельно краткую характеристику отдельных групп и подгрупп.

Наиболее значительна, по крайней мере с точки зрения оснований науки, группа выделенных математических величин. Фундаментальные математические константы (ФМК), такие как знаменитые числа π и е, относятся к категории первичных, основополагающих элементов математического и вообще научного знания. Это, по сути, исходные величины, "кирпичики", посредством которых может быть естественным образом построен континуум действительных и комплексных чисел [1, 123–129]; с помощью ФМК должны, по идее, строиться и безразмерные фундаментальные физические постоянные (ФФП). Помимо нескольких ФМК [3; 4; 5] и их простых комбинаций вроде, допустим, $e^{2\pi}$, $\pi^2/\sqrt{2}$, e^{γ} (γ – постоянная Эйлера), существуют множество не столь универсальных математических констант (МК) частного типа, играющих важную роль в отдельных разделах математики и ее приложениях. Это, например, ϕ – число золотого сечения, K – постоянная Хинчина, α, δ – постоянные Фейгенбаума и несколько сотен, других величин [30; 31; 63]. Математика богата и бесконечными числовыми последователями, среди которых наибольшей, пожалуй, известностью пользуются множество простых чисел, ряды Фибоначчи, Эйлера, Бернулли, Мерсенна, биномиальные коэффициенты и совершенные числа. При большом желании члены таких последовательностей также могут быть причислены к категории математически выделенных чисел с той, однако, оговоркой, что в каждом подобном случае более важен принцип, положенный в основу образования данной последовательности, чем конкретное значение того или иного ее члена.

Список выделенных чисел природы естественно возглавляют ФФП, играющие исключительную роль в науке и составляющиеся признанную основу физической теории. Разумеется здесь речь может идти лишь о безразмерных величинах вроде постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$ или, допустим, отношения $m_p/m_e \approx 1836$ масс протона и электрона. Все безразмерные ФФП содержательно являются природными величинами, а формально – математическими числами [4], точные значения которых пытаются определить без малого уже сто лет, см. [2; 5] и указанные там источники. Истинную, "независимую" ФФП порой очень сложно или даже невозможно отличить от просто ФП, поскольку четких критериев фундаментальности физической постоянной нет; в одних случаях ФП могут считаться комбинациями нескольких ФФП, в других же случаях это скорее вопрос соглашения. Выделенными природными постоянными, хотя и не столь высокого ранга как признанные ФФП и ФП, вправе считаться и многие естественнонаучные, преимущественно физические, величины, такие как, например, "магические" числа 2, 8, 20, 28, 50, 82, 114, 126, 184 протонов и нейтронов, отвечающие наиболее устойчивым состояниям атомных ядер.

Впрочем, магическими обычно называют числа, которым приписывается мистическая сила, придается некий сакральный смысл, совершенно не обязательно связанный с реалиями математической, а тем более естественнонаучной теории. Числовая магия с очевидным математическим уклоном явно просматривается в случае, например, совершенных чисел 6, 28, 496, 8128,…, равных сумме всех своих делителей или, скажем пары дружественных чисел 220 и 284 (древний Египет, Пифагор, Платон, Евклид, Библия) каждое из которых равно сумме делителей другого. Однако, в большинстве случаев (вторая подгруппа группы сакральных чисел) числовая мистика – это совершенно особый мир, который малопонятен и едва ли приемлем с точки зрения рационального мышления. Магия первых тринадцати чисел, магия 40, 666 ("число зверя" Апокалипсиса), 108 (сакральное число буддизма) и т.д. обычно прямо не соотносится с арифметикой этих чисел; формальная сторона дела здесь либо на заднем плане, либо и вовсе не заметна.

Завершая беглый обзор различных типов выделенных чисел, отметим также, что одно и то же число может быть одновременно и математической, и физической величиной, и природным, и магическим числом. Не останавливаясь на этом, займемся, наконец, числом 24. Точнее, семейством числа 24, понимая под этим ограниченные множества величин типа $A = n\cdot 24^k$ и $B = f(\mathrm{A})$, где переменные могут независимо друг от друга принимать значения $n = 1/4, 1/2, 2, 3, 4, \ldots$; $k = 1, 2, 3$, а f есть некая математическая функция, к примеру, экспонента. Интерес к данному семейству, разумеется, не случаен, но прежде чем обратиться к существу вынесенной в заголовок статьи проблемы, кратко представим некоторые общеизвестные факты.

Среди ФМК и МК целых чисел вообще очень мало и число 24 с его простейшими гомологами здесь, похоже, не отмечено. В известных числовых последовательностях, которые в своем классическом варианте представляют собой упорядоченные бесконечные ряды целых или рациональных чисел можно найти почти любое целое число из первой сотни, и тот факт, что, допустим, последовательность совершенных чисел начинается с шестерки мало что значит. Следует поэтому признать, что математически числа типа A ничем особенно не выделяются даже среди других целых чисел. Есть, правда, одно небольшое "но". Дело в том, что у чисел типа A много делителей и с практической точки зрения это немалое преимущество. Не случайно многие считали и считают, что в качестве основания позиционной системы счисления число 12, имеющее четыре (не считая единицы и самого числа) делителя, гораздо удобнее 10, имеющей лишь два делителя. Впрочем, двенадцатеричная система счисления частично применяется в системах мер весов и длины различных стран, а также в общепринятом делении суток на часы. Обычное время вообще фактически измеряется посредством сразу трех систем счисления: сутки делятся на часы по двенадцатеричной системе, часы на минуты и минуты на секунды по древней вавилонской системе, основу которой составляет имеющее наибольшее число делителей среди всех чисел первой сотни число 60, наконец, доли секунды определяются по десятеричной системе.

Не выделенное математически, по крайней мере явно, число 24, точнее его гомолог 12, относится к категории наиболее известных сакральных чисел. Это, однако, отдельная тема, далекая от интересующей нас проблемы выделенности числа 24 в физической теории. Сейчас мы собирается совершить шесть маленьких путешествий, в основном по малоизвестным, а то и вовсе неизвестным разделам физической теории, призванных в общем итоге утвердить число 24 – центральный член семейства чисел типа A и B – в качестве одной из ФФП.

1. Великое объединение и группа симметрии $SU(5)$

Начнем наши путешествия с популярного сегодня маршрута, связанного с гипотезой "великого синтеза" сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий [**35**; **37**]. В основе Великого объединения лежит идея объединения трех фундаментальных взаимодействий в единое калибровочное взаимодействие, описываемого константой α_{GUT}. Известно, что сильное взаимодействие характеризуется локальной цветовой симметрией $SU(3)_c$, слабое – симметрией $SU(2)$, электромагнитное – симметрией $U(1)$, а объединенное электрослабое взаимодействие обладает группой локальной симметрии $SU(2)\otimes U(1)$. В основе ВО лежит гипотеза, что сильное и электрослабое взаимодействия являются частью единого калибровочного взаимодействия с более широкой группой локальной симметрии G, описываемого константой α_{GUT}. В точке $m_{\mathrm{GUT}} \sim 10^{16}$ Гэв на оси абсцисс, с переходом от бóльших масс к меньшим, единая константа α_{GUT}, в результате нарушения симметрии группы G, расчленяется на три компонента, которые медленно расходятся по логарифмическому закону. Определению численного значения безразмерной константы α_{GUT} мы посвятим свое второе путешествие, что же касается выбора группы симметрии G, он обусловлен следующими требованиями: 1) искомая группа должна содержать произведение $SU(3)_c\otimes SU(2)\otimes U(1)$ в качестве подгруппы; 2) группа G должна иметь представления, в которые могут быть включены кварки и лептоны трех поколений; 3) группа G минимальна среди всех имеющихся возможностей. Единственной группой, отвечающей всем трем требованиям является знаменитая группа симметрии $SU(5)$, содержащая как раз 24 генератора, каждому из которых отвечает свой векторный бозон: фотон γ, $W^{\pm}$ и Z^0 бозоны, 8 глюонов и 12 X и Y-частиц – в общей сложности 24 частицы [**24**; **32**; **35**–**37**]. Таково и общее число кварков, лептонов и их античастиц: 12 фермионов трех поколений (u, d, e^-, ν_e), (c, s, μ^-, ν_μ), (t, b, τ^-, ν_τ) и столько же античастиц. Следовательно, $SU(5)$ – это минимальная группа симметрии для 48 фундаментальных частиц, включающей

24 бозона и 24 фермиона. Кроме того, спонтанное нарушение этой симметрии до группы $SU(3)_c \otimes SU(2) \otimes U(1)$ происходит посредством образования так называемого вакуумного конденсата 24-плета хиггсовых полей. Следует, однако, заметить, что стандартная модель ВО, основанная на минимальной группе $SU(5)$ приводит к серьезным и, возможно, непреодолимым трудностям. Более перспективными сейчас поэтому считаются другие модели, в частности, модель, основанная на группе симметрии $SO(10)$, содержащей $SU(5)$ в качестве своей подгруппы, а вообще выбор подходящей группы, если он вообще возможен, очень сложен и ясности в этом вопросе нет пока никакой. В отличие же от бозонов, все 24 фермиона экспериментально обнаружены и измерены, а существование именно трех, а не более, поколений лептонов доказывается теоретически с хорошей точностью, притом независимо от моделей ВО.

Можно, следовательно, констатировать, что количество кварков и лептонов (вместе с их античастицами) трех поколений в любом случае равно 24 и даже в случае обнаружения новых сверхтяжелых кварков и лептонов это число сохраняет свой статус константы для данной группы фундаментальных частиц. Что касается бозонов, а также хиггсовых полей, то ситуация здесь достаточно неопределенна. Число 24 может считаться константой для числа фундаментальных бозонов лишь с той степенью уверенности, с какой вообще можно считать справедливой гипотезу Великого объединения и в той мере, в какой количество указанных частиц определяется математическими характеристиками группы симметрии $SU(5)$.

2. Константа α_{GUT} Великого объединения

Второе путешествие, как и обещано, посвящено константе α_{GUT}. В рамках существующих моделей ВО нахождение точного математического значения этой величины не представляется сегодня возможным, а вот приблизительная – в пределах десятых долей процента – оценка числа α_{GUT} достижима. Этим мы сейчас и займемся, применяя стандартные методы [**10**; **11**; **28**; **44**; **45**; **57**] и используя экспериментальные данные [**33**; **43**; **54**]. Согласно основной концепции ВО электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия, характеризуемые соответствующим образом нормированными функциями $\alpha_1(\mu)$, $\alpha_2(\mu)$, $\alpha_3(\mu)$, сходятся при значении массы $\mu = m_{\mathrm{GUT}} \sim 10^{16}$ Гэв/c^2 к магической точке $\alpha_{\mathrm{GUT}}(m_{\mathrm{GUT}})$. С чисто технической точки зрения здесь удобнее пользоваться обратными функциональными величинами, нормированными следующим образом:

$$\alpha_1^{-1} = \frac{1}{\alpha_1(\mu)} = \frac{3\cos^2\theta_{\mathrm{W}}}{5\alpha} \tag{2.1}$$

$$\alpha_2^{-1} = \frac{1}{\alpha_2(\mu)} = \frac{\sin^2\theta_{\mathrm{W}}}{\alpha} \tag{2.2}$$

$$\alpha_3^{-1} = \frac{1}{\alpha_3} = \frac{1}{\alpha_s} \tag{2.3}$$

где α_j^{-1} и θ_{W} –зависящие от массы переменные. Вот эти три функции и должны, по теории, сойтись в искомой точке $\alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1}(\mu = m_{\mathrm{GUT}})$. Будем опираться на наиболее популярную сегодня и чаще других обсуждаемую схему $\overline{\mathrm{MS}}$ (Minimal Subtraction) [**22**; **29**], в которой функция α_3^{-1} пересекается с осью абсцисс в точке $\Lambda_{\overline{\mathrm{MS}}} \approx 216(25)$ МэВ. Для проведения численных расчетов необходимо иметь на шкале масс фиксированную точку, для которой значения функций α_1^{-1}, α_2^{-1}, α_3^{-1} известны с достаточно высокой степенью точности, а для этого естественно брать относительно хорошо измеренную точку, соответствующую массе Z-бозона. Эмпирические данные, относящиеся к указанной точке таковы:

$$m_Z \quad = 91{,}1876(21) \tag{2.4}$$

$$\sin^2\theta_W(m_Z) = 0{,}231\,22(15) \tag{2.5}$$

$$\alpha_s(m_Z) \quad = 0{,}1176(20), \quad \alpha_s^{-1}(m_Z) = 1/\alpha_s(m_Z) = 8{,}50(15) \tag{2.6}$$

$$\alpha^{-1}(m_Z) \quad = 127{,}934(27) \tag{2.7}$$

По формулам (2.1)−(2.3) отсюда имеем:

$$\alpha_1^{-1} = 59{,}012(24) \tag{2.8}$$

$$\alpha_2^{-1} = 29{,}581(26) \tag{2.9}$$

$$\alpha_3^{-1} = 8{,}50(15) \tag{2.10}$$

Изменения функций β_j с изменением переменной μ от m_Z до m_{GUT} происходит по общему закону

$$\alpha_j^{-1}(m_{\text{GUT}}) = \alpha_j^{-1}(m_Z) - \frac{b_j}{2\pi}\ln\frac{m_{\text{GUT}}}{m_Z}, \quad j = 1, 2, 3 \tag{2.11}$$

содержащему безразмерные множители b_j, зависящие от модельных допущений, в частности, от количества хиггсовских дуплетов. При этом, пороговые эффекты вблизи массы $m_t = 174{,}3(5{,}1)$ ГэВ t-кварка и масс некоторых других частиц, способные (хотя, по-видимому, и не сильно) влиять на поведение функций в расчет не принимаются. Для полной ясности запишем систему уравнений для неизвестных $\ln(m_{\text{GUT}}/m_Z)$, $\sin^2\theta_W(m_Z)$, α_{GUT}^{-1} в явном виде.

$$\begin{cases} \alpha_{\text{GUT}}^{-1} = \dfrac{3\cos^2\theta_W(m_Z)}{5}\,\alpha^{-1}(m_Z) - \dfrac{b_1}{2\pi}\ln\dfrac{m_{\text{GUT}}}{m_Z} \\[2ex] \alpha_{\text{GUT}}^{-1} = \sin^2\theta_W(m_Z)\;\alpha^{-1}(m_Z) - \dfrac{b_2}{2\pi}\ln\dfrac{m_{\text{GUT}}}{m_Z} \\[2ex] \alpha_{\text{GUT}}^{-1} = \alpha_s^{-1}(m_Z) - \dfrac{b_3}{2\pi}\ln\dfrac{m_{\text{GUT}}}{m_Z} \end{cases} \tag{2.12}$$

Для первых двух неизвестных имеем

$$\ln\frac{m_{\text{GUT}}}{m_Z} = \frac{6\pi}{5b_1 + 3b_2 - 8b_3}\left[\alpha^{-1}(m_Z) - \frac{8}{3}\alpha_s^{-1}(m_Z)\right] \tag{2.13}$$

$$\sin^2\theta_W(m_Z) = \frac{3(b_2 - b_3) + 5(b_1 - b_2)\dfrac{\alpha_s^{-1}(m_Z)}{\alpha^{-1}(m_Z)}}{5b_1 + 3b_2 - 8b_3} \tag{2.14}$$

а с решением для неизвестной α_{GUT}^{-1}, которое аналитически теперь тривиально, повременим, пока не разберемся с коэффициентами b_j. Обозначая число поколений фундаментальных частиц через n_Φ, приведем значения b_1, b_2, b_3 для модели $SU(5)$ с одним дуплетом хиггсов и для модели $SUSY\ SU(5)$ с двумя дуплетами.

Таблица 2.1

Значения коэффициентов b_j
в моделях с одним и двумя дуплетами хиггсов

b_j	$SU(5)$	$SUSY\ SU(5)$
b_1	$\frac{4}{3}n_\Phi + \frac{1}{10}$	$2n_\Phi + \frac{3}{5}$
b_2	$-\frac{22}{3} + \frac{4}{3}n_\Phi + \frac{1}{3}$	$-6 + 2n_\Phi + 1$
b_3	$-11 + \frac{4}{3}n_\Phi$	$-9 + 2n_\Phi$

Судя по приводимым в фигурных скобках отклонениям от экспериментального значения (2.5) вариант $SU(5)$ с одним легким дуплетом совершенно безнадежен, зато схема $SUSY\ SU(5)$ с двумя хиггсовскими дуплетами дает очень хорошее приближение и заслуживает дальнейшего рассмотрения. Подставляя коэффициенты b_j этой схемы во вторую формулу, придем к опять-таки не зависящему от n_Φ выражению

$$\ln\frac{m_{\mathrm{GUT}}}{m_{\mathrm{Z}}} = \frac{\pi}{10}\left[\alpha^{-1}(m_{\mathrm{Z}}) - \frac{8}{3}\alpha_s^{-1}(m_{\mathrm{Z}})\right] = 33{,}07(13) \qquad (2.17)$$

откуда с учетом эмпирического значения для m_{Z}

$$m_{\mathrm{GUT}} \approx 2{,}10(27)\cdot 10^{16}\ \text{ГэВ} \qquad (2.18)$$

Магическую точку ВО можно конечно найти по любому из трех уравнений системы (2.12), но теперь результат уже зависит от числа n_Φ, поэтому следует учесть разные варианты. Поскольку $\alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1}$ число по определению положительное, физически допустимы лишь значения $n_\Phi \le 5$, а поскольку число поколений фундаментальных частиц не меньше трех, остаются следующие возможности:

$$n_\Phi = 3 \qquad \alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1} \approx 24{,}3 \qquad (2.19)$$

$$n_\Phi = 4 \qquad \alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1} \approx 13{,}8 \qquad (2.20)$$

$$n_\Phi = 5 \qquad \alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1} \approx 3{,}2 \qquad (2.21)$$

Выбрать одно из трех значений совсем не сложно. И дело не только в том, что последние два числа далеки от ожидаемых значений магической точки, не выходящих, согласно различным оценкам, за пределы интервала $20 < \alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1} < 50$, или $0{,}02 < \alpha_{\mathrm{GUT}} < 0{,}05$. Группа $SU(5)$, содержащая напомним 24 генератора, связана именно с *тремя* поколения лептонов и кварков, а кроме того имеется немало других теоретических и эмпирических оснований **[14; 16; 42; 61]** считать, что n_{F} действительно равно 3. Особых сомнений на этот счет нет; например, средние результаты $n_\nu = 3{,}00(6)$, $n_\nu = 2{,}994(12)$, полученные для нейтрино на коллайдере ЛЭП в двух различных процессах, как и анализ астрономических и космологических пределов фактически полностью исключают возможность существования четвертого нейтрино **[46]**.

Остается осмыслить число $\approx 24{,}3$ при условии, что модель ВО, в представленном здесь варианте, верна и $\alpha_{\mathrm{GUT}}^{-1}$ такая же реальность физического мира как уже устоявшиеся, признанные безразмерные ФФП. Понятно, что в действительности абсолютная погрешность ее определения значительно больше 0,09, поскольку все теоретические расчеты производились без учета пороговых эффектов вблизи (неизвестного числа) точек, соответствующих частицам с массами $m_Z < \mu < m_{\text{GUT}}$. С большей или меньшей уверенностью можно говорить лишь о том, что анализ наиболее популярной модели Великого объединения $SUSY\ SU(5)$ приводит к значению константы α_{GUT}^{-1} близкому, а может и равному 24. Разумеется, все вычисления производились строго в рамках данной модели; ничего нами здесь не убавлено и не прибавлено, просто в явном виде представлена существующая математическая схема, приводящая к результату (2.19), который, кстати, не противоречит ранее полученному в [69] аналогичным образом $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} = 25{,}4(1{,}7)$. Как бы то ни было, можно думать, что число 24 идеально подходит на роль магического числа модели, где ставится как раз задача объединения 24 фермионов и 24 бозонов посредством 24 хиггсонов. Где еще им объединяться, как не в точке 24? При этом в точке $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} = 24$ выполняются, как легко убедиться, сразу шесть равенств

$$\alpha_1^{-1} = \alpha_2^{-1} = \alpha_3^{-1} = \alpha_s^{-1} = \alpha_W^{-1} = \alpha_{\text{GUT}}^{-1} = 24$$

Не является ли тогда Великое объединение теорией фундаментальной физической постоянной 24 в той мере, в какой, скажем, КЭД является теорией постоянной Зоммерфельда (тонкой структуры) $\alpha^{-1} \approx 137$? Выглядит весьма заманчиво и красиво. А может быть слишком красиво, чтобы быть правдой? Желаемое обычно редко совпадает с действительным, по крайней мере, в области физической теории. В любом случае, только будущее покажет, верна ли вообще идея объединения констант связи трех фундаментальных взаимодействий в одной точке на пути к суперобъединению, включающему и гравитацию. А если верна, происходит ли объединение по схеме $SUSY\ SU(5)$ и чему равно число α_{GUT}^{-1} на самом деле.

3. Истинное значение постоянной Ферми

Покинув ВО, продолжим наше рассмотрение теперь уже в рамках теории ЛМФ, впервые представленной в готовом виде в работе [3], а в более полном и завершенном варианте – в капитальной монографии [5]. Здесь нас, естественно, интересуют лишь то, что непосредственно соотносится с числом 24 и его гомологами, однако без хотя бы схематичного знакомства с основными положениями и некоторыми полученными в теории результатами обойтись, понятно, невозможно. В основу теории ЛМФ положена идея формального и содержательного единства математической логики, аксиоматической математики и фундаментальной логики; отсюда, кстати, и аббревиатура ЛМФ: Л – Логика, М – Математика, Ф – Физика. Схематически фундаментальную теорию со всем ее окружением удобно изобразить в виде традиционного образа дерева: атмосфера возле дерева – философия, почва – методология, корни – логика, ствол – чистая математика, ветви – фундаментальная физика, крона – остальная физика, плоды дерева – приложения физики в науке и технике. Формализм теории ЛМФ состоит из пяти последовательно строящихся друг за другим частей: логических постулатов и математических аксиом А**G**, функциональных уравнений **E**, физических кодов **C** и системы измерения физических величин **A**. Из всего пятичленного формализма **AGECA** теории ЛМФ нам требуются лишь сведения, касающиеся последней ее части **A** и, частично, части **E**. Решением системы функциональных уравнений E, использующей только и только исходные ресурсы логико-математической системы **AG**, является система основных математических функций и ФФК. Это (комплексные) функции экспоненты и логарифма, и константы e, π, i, 2, γ, W(1), ɯ, которые, наряду с изначально аксиоматически заданным нулем, образуют систему из восьми первичных математических чисел. Последние две величины – постоянные суперпозиции – есть результат решения функционального уравнения

$$\text{E}_5 = \lim_{n\to\infty} S(S(\ldots S(x)\ldots) = \text{const}$$

где символом S обозначены неизвестные функции, бесконечная суперпозиция которых должна привести к не равной другим константам, а x означает произвольно взятое действительное или мнимое число. Это уравнение, являющееся частью системы из пяти функциональных уравнений **E**, имеет два решения в области элементарных функций: экспонента e^{-x} с константой

Ламберта W(1) = 0,56714 32904 09783 87299… и функция cos $x = (e^{x} + e^{-x})/2$ с константой ш = 0,73908 51332 15160 64165…, которую с любой степенью точности нетрудно определить из трансцендентного уравнения cos $x = x$. Постоянная суперпозиции ш играет значительную роль в построении безразмерной системы измерения физических величин (**А**-системы), а в конечном счете и в утверждении числа 24 в качестве одной из ФФП. Идея **А**-системы состоит в приведении физических величин к форме математического числа, а для этого необходимо, во-первых, построить систему измерения физических величин, основанную не на граммах, сантиметрах, секундах и т.п., а исключительно на ФФП (Планк) и, во-вторых, свести все физические константы к математическим (Гильберт). Не вдаваясь в какие либо подробности приведем список исходных соотношений **А**-системы:

$$k_{\mathrm{A}} \equiv 1/\ln 2, \quad c_{\mathrm{A}} \equiv \alpha^{-1}, \quad m_{\mathrm{eA}} \equiv ш/\pi^{2}, \quad \hbar_{\mathrm{A}} \equiv \pi^{2}\alpha^{2}/ш \qquad (3.1)$$

где индекс указывает на принадлежность к **А**-системе, k постоянная Больцмана, c скорость света в вакууме, α постоянная тонкой структуры, m_{e} масса электрона, $\hbar$ постоянная Планка. Это, по предположению, истинные выражения констант k, c, m_{e}, $\hbar$, позволяющие найти если и не истинное выражение, то, по крайней мере, истинной (десятичное) значение любой физической величины с определенной степенью точности. Если какая-либо физическая величина имеет, допустим, в системе LMTθ (L длина, M масса, T время, θ температура в Кельвинах) численное значение $B_{\mathrm{LMT\theta}}$ и размерность $\mathrm{L}^{p}\mathrm{M}^{q}\mathrm{T}^{r}\theta^{s}$, то в **А**-системе ее значение B_{A} определяется из общей формулы

$$B_{\mathrm{LMT\theta}} = B_{\mathrm{A}}\, l_{\mathrm{A}}^{p}\, m_{\mathrm{A}}^{q}\, t_{\mathrm{A}}^{r}\, \theta_{\mathrm{A}}^{t} \qquad (3.2)$$

где l_{A}, m_{A}, t_{A}, θ_{A} – однозначно определяемые коэффициенты перехода от системы LMTθ к **А**-системе, или наоборот [3, 141]. Константа Ферми, вычисляемая через среднее время жизни мюона τ_{μ} , см. например [25], по довольно сложной и постоянно совершенствуемой формуле [41; 53; 59; 60], имеет размерность $\mathrm{см}^{5}\mathrm{г}\cdot\mathrm{с}^{-2}$ в системе СГС, но обычно приводится во внесистемных единицах $\mathrm{ГэВ}^{-2}$. Перевод в систему СГС и применение формулы (3.1) приводит к выражению

$$G_{\mathrm{FA}} = G_{\mathrm{F}}\, \frac{64\pi^{13}\,\hbar^{2} c^{2} R_{\infty}^{3}}{10^{34}\, ш^{5}\, m_{\mathrm{e}}} \qquad (3.3)$$

для истинного значения константы Ферми, в которое остается лишь подставить известные значения. Подставляя значение **[33; 54]**

$$G_{\mathrm{F}} = 1{,}166\,371(6)\cdot 10^{-5}\ \mathrm{ГэВ}^{-2}\ \ (5{,}1\ \mathrm{ppm}) \qquad (3.4)$$

имеем:

$$G_{\mathrm{FA}} = 1{,}425\,148(13)\cdot 10^{-21} \qquad (3.5)$$

На первый взгляд кажется, что значение константы Ферми свидетельствует лишь об относительной малости этого числа на шкале физических величин и больше ничем особенно не примечательно. Однако, представление константы в экспоненциальной форме приводит к совершенно удивительному результату:

$$G_{\mathrm{FA}} = e^{-48{,}000\,011(9)} \qquad (3.6)$$

Особо отметим, что выражение $G_{\mathrm{FA}} \cong e^{-48}$ получается чисто механически, как прямое следствие трех последних – для c, m_{e} и $\hbar$ – исходных соотношений (3.1) **А**-системы, составленных вне всякой зависимости с константой Ферми. Но что такое G_{F} как фундаментальная константа, входящая во многие уравнения субатомной физики? По определению, по своему физическому смыслу это величина, характеризующая интенсивность взаимодействий частиц, которая, как известно, непосредственно связана с понятием вероятности протекания данного процесса, описываемого функцией типа e^{-x}. Вспомним теперь, что число фундаментальных фермионов

n_F – кварков и лептонов – равно 24, а число фундаментальных бозонов n_B, согласно модели *SUSY SU*(5) также равно 24. В сумме это как раз 48. Чудо свершилось: константа, математически определяемая посредством функции типа e^{-x} и относящаяся к n_F = 24 фундаментальным фермионам и n_B = 24 фундаментальным бозонам, оказалась равной, притом с высокой точностью порядка 10^{-7}, как раз $e^{-(n_F + n_B)}$:

$$G_{FA} \cong e^{-(24 + 24)} \qquad (3.7)$$

Этот поистине удивительный результат может расцениваться и как прямое подтверждение справедливости **А**-системы, следовательно и теории ЛМФ в целом, и как серьезный аргумент в пользу существования трех поколений фермионов, в пользу правильности минимальной модели ВО *SUSY SU*(5) с 24 бозонами. В любом случае, с интересующей нас точки зрения есть достаточно веские основания говорить о числе 24 как об одной из ФФП, выражающем количество фундаментальных фермионов и бозонов определенного типа.

4. Постоянная тонкой структуры (Зоммерфельда)

В случае константы Ферми чисто механический перевод размерного значения в безразмерное А-значение оказался достаточным для получения истинного математического выражения для G_F. Не так, однако, просто обстоит дело во многих других случаях. Теория ЛМФ определяет лишь общие принципы, конструктивные правила и начальные элементы построения безразмерной, или приведенной по формуле (3.2) к безразмерному виду, физической константы. Но и при таких ограничениях обычно всё еще остается множество допустимых вариантов построения той или иной ФФП из исходных ФМК. Среди безразмерных ФП, поиск точного математического значения которых ведется уже многие годы, особое место занимает константа α. Она впервые появилась в 1916 г. в формуле Зоммерфельда для тонкой структуры уровней атома водорода и потому получила название “постоянной тонкой структуры”, хотя по справедливости ее следовало бы назвать именем первооткрывателя. Как бы то ни было, многие, включая М. Борна, П. Дирака, Г. Вейля, Э.Вихмана [**7–9**; **13**], считают константу α, а чаще ее обратную величину α^{-1} одной из важнейших, если не основной, константой физической теории. А поиск точного значения “таинственного, – по выражению Борна, – числа 137” уже много лет не дает могим покоя, побуждая искать решение в нумерологии, в модификациях существующей физической теории, во вновь создаваемых, порой весьма экстравагантных физических моделях и теориях, в потайных уголках числовой математики и даже в библии, в эзотерике древних, в мистике, в пропорциях египетских пирамид, в числовой магии. Не останавливаясь на этом см. [**1–6**; **12**; **15**; **17**; **19–21**; **26**; **27**; **32**; **34**; **38–40**; **47–52**; **55**; **56**; **58**; **62–65**; **67**; **68**], сразу перейдем к определению числа α^{-1} в соответствии с правилами и рекомендациями теории ЛМФ. Нынешнее уравнение для α^{-1} составлено на базе ранее предложенного нами [**1**, 136, 146; см. также **2**, 46–50] уравнения cos x = x, дающего лишь грубое, (с относительным отклонением δ ≈ 19) приближение

$$2\pi \cdot 22 - \arccos(1/e) = 137{,}03600\,79392... \qquad (4.1)$$

к эмпирическому значению

$$\alpha^{-1}(2002) = 137{,}03599\,911(46) \qquad (4.2)$$

Искомая переменная x непосредственно связана с ФМК математическими формами $e^{\pm ix}$, $e^{x-2\pi n}$, $e^{-\sqrt{x}}$, x^2, а само уравнение построено по принципу “главный член + тонкая структура + сверхтонкая структура”:

$$\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} + \frac{e^{x-2\pi n}}{x^2} - e^{-\sqrt{x}} = \frac{1}{e} \qquad (4.3)$$

При n = 22 имеется решение

$$x = \alpha^{-1} = 137{,}03599\,94520\,21\ldots \tag{4.4}$$

в согласии с $\alpha^{-1}(2002)$. Хорошо, но при чем здесь, естественно спросить, число 24, тем более, что единственной, помимо ФМК e, π, i, 2 и их простейшей комбинации $e^{2\pi i} \equiv 1$, величиной, фигурирующим в последнем уравнении является число 22? Заметим, что в соответствии с канонами теории ЛМФ уравнение для константы такого уровня как α^{-1} не может содержать в себе ничего, кроме ФМК и разве что других безразмерных ФМК. Отсюда следует, что если величина $n = 22$ является всего лишь обеспечивающим хорошее приближение к экспериментальному $\alpha^{-1}(98)$ и ничем другим не аргументированным подгоночным параметром, то одного этого достаточно, чтобы уравнением (4.3) проблема теоретического определения постоянной α^{-1} решенной считаться не могла. Конкретно, стоит задача обоснования параметра 22 посредством числа 24. Задача эта решается исследованием функции

$$f(x, n) = \cos(x) + \frac{e^{x-2\pi n}}{x^2} - e^{-\sqrt{x}} - e^{-1} \tag{4.5}$$

выявляющей требуемую функциональную зависимость. Наглядное представление о поведении функции $f(x, n)$ для различных n дает ее график, построенный для случая $n = 10$.

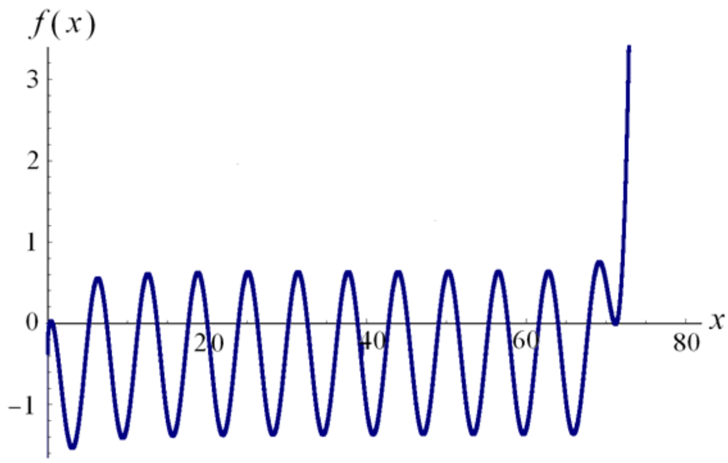


Рис. 4.1
График функции $f(x, n)$ для $n = 10$

Вначале $f(x, n)$ ведет себя как почти-периодическая функция с периодом, который с увеличением n стремится к 2π, затем, начиная с некоторого места – когда x уже значительно превышает $2\pi n$, кривая резко уходит вверх, стремясь к бесконечности. Значение $n = 10$ выбрано здесь не случайно, поскольку, как оказывается, именно с этого значения между n и числом периодов n_λ имеет место соотношение

$$n_\lambda = n + 2 \tag{4.6}$$

А при любом $n > 20$ и каждый раз в конце 22-го периода данное уравнение имеет корень, близкий к 137. При этом, для всех $n > 22$ все эти корни лишь незначительно отличаются друг от друга и весьма далеки от эмпирического ориентира $\alpha^{-1}(2002)$. Ещё дальше отстоит от последнего корень при $n = 21$. Следовательно, задача нахождения близкого к экспериментальному корня уравнения технически решается достаточно просто: значение $x_{n=22}$ безальтернативно. Можно констатировать, что уравнение (4.3), при значении параметра $n = 22$ и в 22-ом же периоде имеет решение, полностью согласующееся с принятым экспериментальным значением.

Между тем основными характеристиками частично-периодической, с ограниченным числом n_λ периодов функции являются предельное значение λ длины периода и целое число n_λ. Поскольку для данной функции λ стремится к 2π, остается разобраться с числом n_λ, однозначно определяющее по формуле (4.6) значение параметра n. При условии, что таков же и номер периода, в котором содержится решение: $n_N = n$, единственным, нуждающимся в объяснении параметром является целое число n_λ. Для полной ясности еще раз зафиксируем, что заданием общего числа периодов функции $f(x,n)$, начиная со значения $n_\lambda \geq 12 = 24/2$ определяется: *a*) общее число действительных корней уравнения (4.3), равное $2n_\lambda + 1$; *b*) параметр уравнения $n = n_\lambda - 2$ и равный ему номер периода n_N, в котором содержится близкий к α^{-1} корень; *c*) номер этого корня, равный $2n_N + 1$. Словом, задавая лишь максимальное число $n_\lambda = 24$ периодов исследуемой функции и при условии равенства $n_N = n$, приходим к однозначно определяющему α^{-1} уравнению, которое может быть уже записано в виде

$$\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2} + \frac{e^{x-\lambda n(24)}}{x^2} - e^{-\sqrt{x}} = \frac{1}{e} \qquad (4.7)$$

не содержащем подгоночных параметров. Искомая переменная x, ФМК e, i, 2, предельное значение $\lambda = 2\pi$ длины периода и число 24, определяющее параметр, равный номеру периода, в котором содержится решение – вот все, что требуется в действительности. Разумеется, можно было с самого начала записать требуемое уравнение в таком виде, но мы стремились наглядно показать внутреннюю связь числа 24 с константой α^{-1} из анализа функции $f(x, n)$.

Следует также добавить, что степень надежности изложенных в настоящем разделе результатов объективно ниже, чем в предыдущем, поскольку там результат получался в формализме теории ЛМФ чисто автоматически, без каких-либо дополнительных допущений. Полагая все же уравнение (4.3) истинной формой определения постоянной тонкой структуры и считая число 24 изначально одной из ФФП, мы имеем ответ на вопрос, почему общее число периодов n_λ функции $f(x, n_\lambda)$ должно быть именно таким, а не другим. Если же пытаться связать последнее появление числа 24 с предыдущими, то можно заметить, что единственной физической константой, используемой в определении α^{-1} является число фундаментальных фермионов и бозонов определенного типа или же сказать (впрочем, это, возможно, одно и то же), что α^{-1} определяется четырьмя ФМК, свойствами экспоненты и значением магической точки ВО $\alpha^{-1}_{\mathrm{GUT}} = 24$.

5. Границы физического мира

Физический мир конечен и квантово-дискретен – таков один из основных уроков развития современной физической теории. Наша Вселенная не так, конечно, мала, как полагали Платон и Данте, но и не бесконечно, как принято было считать со времен Галилея вплоть до первой половины прошлого столетия. Современная космология пытается проникнуть в прошлое и предсказать будущее Вселенной, численно оценить такие ее параметры как радиус кривизны R_U, время жизни τ_U, средняя плотность ρ_C. Имеющиеся сегодня эмпирические данные дают, по крайней мере, представление о порядке этих величин. Кроме того, мы располагаем принятым за абсолютно точное значением скорости света в вакууме c, известными с высокой точностью значениями для квантов действия ($\hbar/2$), электрического заряда (e, или $e/3$), энтропии ($k/2$), а также значением гравитационной постоянной G. Данный набор постоянных, представляющий собой часть общего списка экстремальных величин, достаточен для постановки вопроса о границах физического мира, точнее о минимальных и максимальных значениях физических величин. Существует три внутренне связанных, но внешне независимых возможных варианта решения этой проблемы [**3–5**]. Первый из них базируется на подстановке соответствующих значений в одно из четырех основных физических уравнений (кодов) теории ЛМФ; второй – на анализе размерностей указанных постоянных с пониманием планкеонов как величин, получаемых из равенства комптоновских и гравитационных величин; третий – на формуле для энтропии черной дыры. Поскольку все три варианта с точностью до одного порядка приводят к одному и тому же результату, достаточно рассмотреть лишь один из вариантов, например последний.

Впервые полученная Хокингом и строго выводится в релятивистской астрофизике [см. **18**; **23**, 388] формула

$$S = \frac{k}{4}\frac{A}{l_{\mathrm{P}}^2} = \frac{k}{4}\frac{c^3}{G\hbar}A \tag{5.1}$$

устанавливает связь между энтропией S черной дыры, площадью ее горизонта A, постоянной Больцмана k и планковской длиной l_{P}. Подставляя сюда уточненное значение горизонта A [см., например, **18**] и зная, что $S_{\min} = k/2$, придем к выражению

$$\frac{S_{\max}}{S_{\min}} = \frac{R_U^2}{2G\hbar/c^3} = N_U \sim 10^{125} \tag{5.2}$$

для отношения экстремальных значений энтропии. Но такое же по порядку число получается и первыми двумя способами при рассмотрении экстремальных отношений для других физических величин. В общем случае для любой физической величины B справедлива формула

$$\frac{B_{j\max}}{B_{j\min}} = N_U^n \tag{5.3}$$

где n – может принимать значения 1/2, 1, 3/2, 2, 3. В экспоненциально-логарифмической записи, которая, согласно теории ЛМФ, является универсальной формой представления числа, $10^{125} \approx \mathrm{e}^{288}$, или $\ln N_U \approx 288 = 24{\cdot}24/2$. Следовательно, по предыдущей формуле, отношения экстремумов различных физических величин (энтропия, безразмерные константы взаимодействий, длина, время, масса, сила, энергия, температура, мощность, площадь, объем и т. д.) и их натуральные логарифмы выражаются парами чисел, близкими к значениям

$\mathrm{e}^{6\cdot24}$ и $24^2/4$, $\mathrm{e}^{12\cdot24}$ и $24^2/2$, $\mathrm{e}^{18\cdot24}$ и $3{\cdot}24^2/4$, $\mathrm{e}^{24\cdot24}$ и 24^2, $\mathrm{e}^{36\cdot24}$ и $3{\cdot}24^2/2$

Таким образом, в логарифмической записи имеем несколько членах семейства числа 24 типа $\mathrm{A} = n{\cdot}24^k$, а в случае экспоненты – членов этого семейства типа $B = f(\mathrm{A})$, где f – экспоненциальная функция e^x. Заметим также, что по определению космическая константа N_U – целое число. Это, конечно, сильно облегчает поиск этой величины, поскольку нахождение нужной точки в дискретном множестве натуральных чисел намного легче, чем в непрерывном, бесконечном интервале действительных чисел, однако малая точность эмпирического определения константы N_U не позволяет решить сегодня эту задачу. Здесь слишком много вариантов и нет никакой возможности остановиться на одной из них. Если искомая величина является выделенным относительно числа 24 членом одной из известных числовых последовательностей, допустим ряда Фибоначчи, то это может быть, например, его шестисотый член:

$$F_{600} = 1{,}10433{\cdot}10^{125} \approx \mathrm{e}^{287{,}922}, \quad \text{то есть} \quad \ln F_{600} \approx 24^2/2$$

Число 600, равное 25·24 может быть сопоставлено с количеством элементов (25) и независимых генераторов (24) вышеупомянутой группы $SU(5)$, то есть со все тем же числом фундаментальных бозонов и фермионов, но все это, как, впрочем и значение константы N_U, настолько зыбко и ненадежно, что слишком серьезно относиться к этому сейчас не следует.

6. Наибольшее число в природе

В продолжение предыдущей темы следует добавить, что имеется по крайней мере одна физическая величина, отношение экстремальных значений которой не выражается формулой (5.3). Согласно хорошо известной формуле Больцмана

$$S = k\ln\Omega, \quad \text{или} \quad \Omega = \mathrm{e}^{S/k} \tag{6.1}$$

где Ω – число микросостояний макросистемы. Для Вселенной $S_U \equiv S_{\max} = k/2{\cdot}N_U$, поэтому

$$\Omega_{\max} = e^{\frac{N_U}{2}} \approx e^{\frac{1}{2}e^{288}} \qquad (6.2)$$

Для сравнения, общее количество нуклонов во Вселенной оценивается числом 10^{81}. Таким образом, число микросостояний Вселенной хотя и не бесконечено, но выражается колоссальной величиной, по сравнению с которой даже $10^{10^{10}}$, обычно приводимое в качестве примера непредставимо огромной, сверхбольшой математической величины, кажется незначительным карликом. Величина $\Omega_{\max}$, приблизительно равная экспоненте в степени 10^{125}, очевидно является самым большим физическим числом в природе. Но для нас главное то, что $\Omega_{\max}$ является, вероятно, и членом семейства числа 24 типа $f(\mathrm{A})$, где $\mathrm{A} \cong 24^2/2$, а функция $f(x)$ представляет собой "экспоненту экспоненты", то есть функцию $e^{\frac{1}{2}e^{x}}$. Если сделанные в этом и предыдущем разделах допущения верно, то можно говорить о непосредственной количественной связи между основными параметрами Вселенной и, по крайней мере, количеством фундаментальных частиц определенного типа.

Заключение

Завершив последнее из шести путешествий и приступая к краткому подведению итогов, нельзя не обратить внимания на неодинаковую значимость и, прежде всего, разную степень достоверности отдельных появлений физической константы 24, или ее гомологов. С одной стороны бесспорное, с большой точностью эмпирически удостоверенное количество известных фермионов, с другой – магическая точка, недостаточно точно вычисляемая даже в пределах все еще гипотетической теории ВО. На одном полюсе надежности А-значение константы Ферми, соответствующее идеальному значению с погрешностью порядка 10^{-7}, на другом – космическая константа NU, даже за порядок величины которой нельзя поручиться. В принципе, для признания конкретной физической величины фундаментальной константой достаточно лишь одного, надежно установленного и, разумеется, чрезвычайно важного для физической теории факта. У нас в итоге несколько взаимосвязанных фактов (n_{F}, n_{B}, $SU(5)$ и G_{FA}), которые в значительной, если не в полной, мере соответствуют этим требованиям, одно появление числа 24 (в уравнении для константы Зоммерфельда), отвечающее требованиям частично и два, нуждающихся в серьезнейшей проверке и уточнении допущения. Всего этого, очевидно, достаточно для признания первостепенной роли семейства числа 24 в физической теории и включения целочисленной константы 24 в список фундаментальных физических постоянных.

Литература

1. **Аракелян Г.Б.** *Фундаментальные безразмерные величины* (*Их роль и значение для методологии науки*). Ереван: изд. АН, 1981
2. **Аракелян Г.Б.** *Числа и величины в современной физике*. Ереван: изд. АН, 1989
3. **Аракелян Г.Б.** *Основания физической теории*. Ереван: Давид, 1997
4. **Аракелян Г.Б.** *От логических атомов к физическим величинам*. Ереван: Лусабац, 2007
5. **Аракелян Г.Б.** *Фундаментальная теория ЛМФ*. Ереван, 2007
6. **Орос ди Бартини Р.** *Соотношения между физическими величинами.* В кн.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. М.: Атомиздат, 1966, с. 249
7. **Борн М.** *Таинственное число* 137. УФН, 1936, т. 16, вып. 6, с. 704
8. **Вейль Г.** *Основные черты физического мира*. *Форма и эволюция*. В кн.: Избранные труды. Математика. Теоретическая физика. М.: Наука, 1984, с. 345–360.
9. **Вихман Э.** *Квантовая физика*. В кн.: Берклеевский курс физики, т. IV. М.: Наука, 1977, с. 64, 85, 87
10. **Волошин М.Б.** *Великое объединение*. В кн.: Физическая энциклопедия, т. 1. М.: Изд. Сов. Энциклопедия, 1988, с. 254−256
11. **Высоцкий М.И.** УФН, 1985, т. 146, с. 591
12. **Гуман В.Н., Шехтер В.М.** *Трудно ли вычислить* 1/137? Препринт ЛИЯФ, № 11, 1972
13. **Дирак П.А.М.** *Эволюция физической картины природы*. Над чем думают физики, вып. 3. Элементарные частицы. М.: Наука, 1965, с. 123−139
14. **Долгов А.Д., Зельдович Я.Б.** УФН, 1980, т. 130, с. 559
15. **Мурадян Р. М.** *Физические и астрофизические константы и их размерные и безразмерные комбинации*. В кн.: Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 8, вып. 1. М.: Атомиздат, 1977, с. 175
16. **Окунь Л.Б.** *Лептоны и кварки*. М.: Наука, 1990
17. **Станюкович К.П., Мельников В.Н.** *Гидродинамика*, *поля и константы в теории гравитации*. М.: Энергоиздат, 1983
18. **Шапиро С., Тьюколски С.** *Чёрные дыры, белые карлики и нейтронные звезды*, ч. 2. М.: Мир, 1985
19. **Aspden H.** *Fundamental Constants Derived from Two-Dimensional Harmonic Oscillations in an Electrically-Structured Vacuum*. Speculations in Science and Technology **9**, 315−323 (1986)
20. **Aspden H.** *An excursion into quantum electrodynamics*. Aether Science Papers: Part I: The Creative Vacuum, p. 48–53 www.aspden.org/books/Asp/4853.htm
21. **Aspden H.** and **Eagles D.M.** Phys. Lett. **A41**, 423 (1972)
22. **Bardeen W.A. *et al.*** Phys.Rev. **D18**, 3998 (1978)
23. **Bekenstein J.D.** Phys. Rev. **D7**, 2333, (1973)
24. **Chanowitz M., Ellis J., and Gaillard M.K.** Nucl. Phys. **B128**, 506 (1977)
25. **Chitwood D.B. *et al.*** *Improved Measurement of the Positive Muon Lifetime and Determination of the Fermi Constant* http://www.npl.uiuc.edu/exp/mulan/TalksAndPresentations/MuLan2004_PRL_Submit.pdf
26. **Eagles D.M.** Intern. J. Theor. Phys. **15**(4), 265 (1976)
27. **Eddington A.S.** *Fundamental Theory*. Cambridge: Camb. Univ. Press, 1946
28. **Erler J.** and **Langacker P.** *Electroweak Model and Constraints of New Physics* http://pdg.lbl.gov/2005/reviews/stanmodelrpp.pdf
29. **Fanchiotti S., Kniehl B.** and **Sirlin A.** Phys. Rev. **D48**, 307 (1993)
30. **Finch Steven.** *Mathematical Constants*. Cambridge: Camb. Univ. Press, 2003
31. *Mathematical constant*. Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_constant
32. **Fritzsch H.** and **Minkowski P.** Ann. Phys. **93**, 193 (1975)
33. *Fundamental Physical Constants − Extensive Listing* http://physics.nist.gov/constants
34. **Geilhaupt Dr.M.** and **Wilcoxen J**. *Electron, Universe, and the Large Numbers* www.wbabin.net/physics/mj.pdf

35. **Georgi H. and Glashow S.L.** Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974)

36. **Georgi H.** and **Nanopoulos D.V.** Nucl. Phys. **B159**, 16 (1979)

37. **Georgi H., Quinn H.R.,** and **Weinberg S.** Phys. Rev. Lett. **33**, 451 (1974)

38. **Gilson J.G.** *Calculating the Fine Structure Constant*. Phys. Essays, **9**(2), 342–353 (1996)

39. **Gilson J.G.** *The Fine Structure Constant, a 20th Century Mystery* http://www.maths.qmul.ac.uk/~jgg/page5.html

40. **Gorelik I.** Fine Structure Constant Collection http://www.geocities.com/Area51/Nebula/3735/fine.html

41. **Green M.** and **Veltman M.** Nucl. Phys. **B169**, 137 (1980)

42. **Groom D.E. *et al.*** The Eur. Phys. Jour. **C15**, 1 (2000)

43. **Hagiwara K. *et al.*** (Particle Data Group), Phys. Rev. **D66**, 010001 (2002)

44. **Harari H.** Phys. Rev. **42**, 235 (1978)

45. **Hinchliffe I.** *Quantum Chromodynamics and its Coupling*. PDG, Revised Sept, 2005 http://www-pdg.lbl.gov/2005/reviews/qcdrpp.pdf

46. **Karlen D.** *The Number of Light Neutrino Types from Collider Experiments*. Particle Data Group, Revised Aug 2001 http://www-pdg.lbl.gov/2005/reviews/lightnu_s007.pdf

47. **Kokosar J.** Speculations in Science and Technology **18** (1995)

48. **Leahy D.G.** *82944 & the Unification of the Fundamental Force Constants* http://dgleahy.com/dgl/p22.html#footnote_11

49. **Leahy D.G.** *Thinking Creation Ex Nihilo* http://dgleahy.com/dgl/p08.html

50. **Lenz F.** Phys. Rev. **82**, 554 (1951)

51. **MacGregor M.H.** Phys. Rev. **D**, 1312 (1974)

52. **MacGregor M.H.** Preprint UCRL-76300, 1975

53. **Marciano W.J.** and **Sirlin A.** Phys. Rev. Lett. **61**, 1815 (1988)

54. **Mohr P.J.** and **Taylor B.N.** CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2002. Rev. Mod. Phys. 77, 1 (2005)

55. **Muradian R.** Communicaton JIRN, E2–8286, Dubna, 1975

56. **Nambu Y.** Progr. Theor. Phys. **7**, 595 (1952)

57. **Nanopoulos D.V.** Preprint CERN. TH. 2896, 1980

58. Phys. Today **24**(11), 9 (1971)

59. **Ritbergen T.van** and **Stuart R.G.** Phys. Rev. Lett. **82**, 488 (1999)

60. **Sirlin A.** Rev. Mod. Phys. **50**, 573 (1978)

61. **Steigman G., Schramm D.N.,** and **Gunn J.E.** Phys. Lett. **B66**, 202 (1977)

62. **Stewart J.O.** Phys. Rev. **38**, 2071 (1931)

63. **Stoschek E.P.** *Feigenbaum Constant δ and Fine Structure Constant α – a Near-identity Involving δ and α*. Abenteuer Algorithmus, Table of Modules, Modul 43 http://marvin.sn.schule.de/~inftreff/modul43/task43.htm

64. **Tomazawa Y.** Progr. Theor. Phys. **52**, 175 (1974)

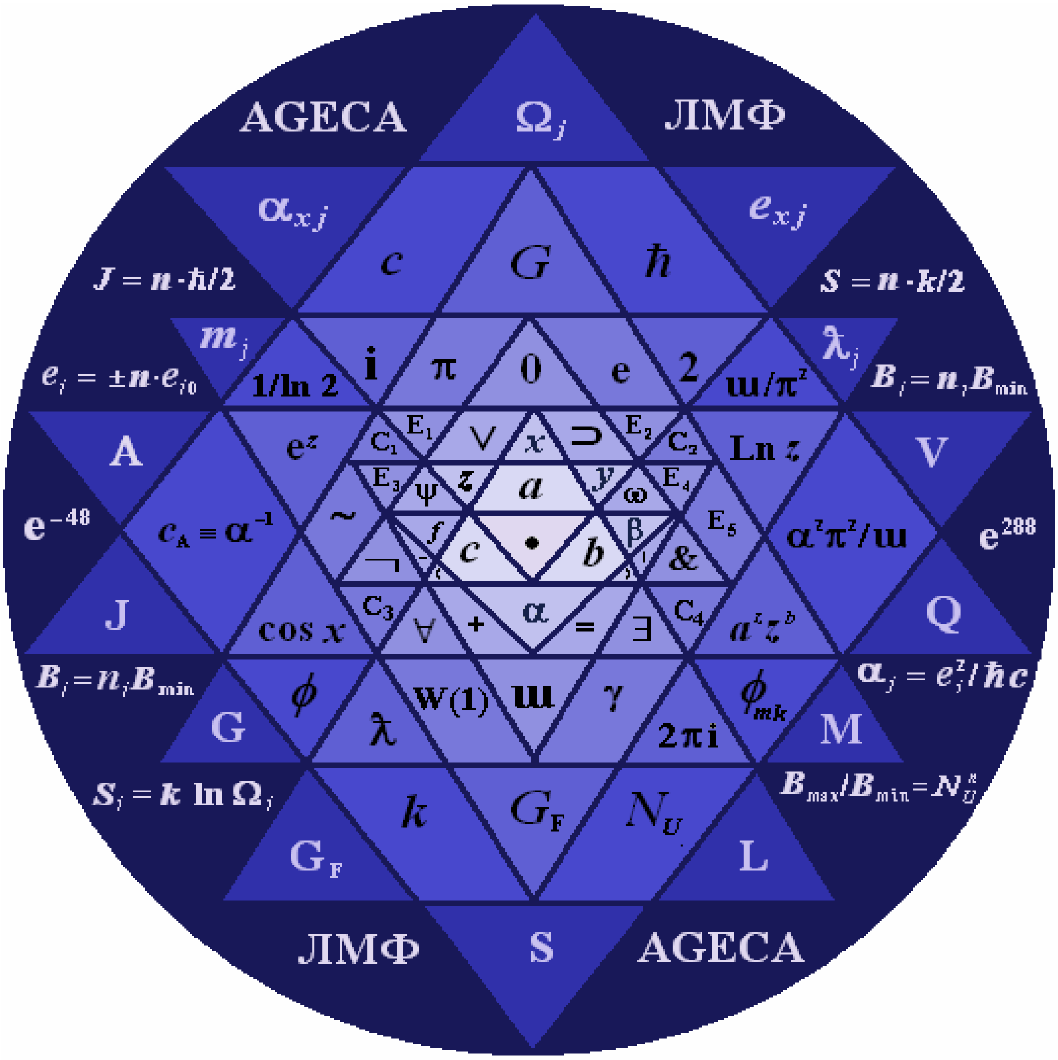
65. **Wales M.** *Planck's Constant and the Fine Structure Constant* http://www.fervor.demon.co.uk/planck.htm#fine%20structure

66. **Weisstein E.W.** *Constants*. From MathWorld – A Wolfram Web Resource http://mathworld.wolfram.com/topics/Constants.html

67. **Wyler A.** Comp. R. Acad. Sci. **A269**, 743 (1969)

68. **Wyler A.** Comp. R. Acad. Sci. **A271**, 186 (1971)

69. **Zyablyuk D.** *Supersymmetric Unification*. Advanced School of ITEP on Particle Theory, 25 Feb – 5 Mar 1999 http://www.desy.de/~ozerov/asipt/Content/Course-2-2.03.pdf



Символ теории ЛМФ:
шри янтра с вписанными в нее основными элементами теории

Ñïàñèáî çà ïîñåùåíèå.
Àâòîð ñ ïðèçíàòåëüíîñòüþ îçíàêîìèòñÿ ñ ëþáûìè çàìå÷àíèÿìè ïî ñîäåðæàíèþ ñàéòà èëè îòäåëüíûõ åãî ÷àñòåé, âûñêàçàííûìè íà ôîðóìå èëè ïîëó÷åííûìè ïî àäðåñó: hrantara@gmail.com